



TITLE:

カオスによって変調された振動に伴なう間欠性現象(低次元カオスI,カオスとその周辺,研究会報告)

AUTHOR(S):

藤坂, 博一; 石井, 洋明; 井上, 政義; 山田, 知司

---

CITATION:

藤坂, 博一 ...[et al]. カオスによって変調された振動に伴なう間欠性現象(低次元カオスI,カオスとその周辺,研究会報告). 物性研究 1986, 46(2): 165-169

ISSUE DATE:

1986-05-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/92026>

RIGHT:

## カオスによって変調された振動に伴う間欠性現象

鹿大・理 藤坂博一, 石井洋明, 井上政義  
九工大 山田知司

## § 1. 結合振動子系

## 二次元写像

$$x_{n+1} = f(x_n, y_n) \quad (1)$$

$$y_{n+1} = g(x_n, y_n) \quad (2)$$

を考える。ここで  $f, g$  は次の条件を満たすものとする。

(i)  $f$  は  $y$  に関係なく,  $f(0, y) = 0$ 。

(ii)  $y_{n+1} = g(0, y_n)$  はカオスを示す。

例としては, 反応拡散系で得られた結合写像系<sup>1), 2)</sup> および坂口・富田によって提案された変調型結合系<sup>3)</sup> をあげることができる。反応拡散系では条件(i)は同期状態の存在に対応し, (ii)は同期状態がカオスであることに対応する。同期状態の安定性および不安定化に伴う非同期状態の統計的性質に関しては文献1), 2), 4)および本研究会での報告(山田・藤坂)を参照していただきたい。

ここでは坂口・富田のモデル

$$f(x, y) = a y x (1 - x) \quad (3)$$

$$g(x, y) = b y (1 - y) \quad (4)$$

について固定点  $x_n = 0$  の安定性およびその不安定化に伴う新状態の統計的性質を調べる。

## § 2. 固定点の安定性と不安定化に伴う間欠性

特解  $x_n = 0$  の安定性は摂動方程式

$$x_{n+1} = e^{K_n} x_n \quad (5)$$

を用いて議論できる。ただし,  $K_n = \ln a + A_n$ ,  $A_n \equiv \ln y_n (< 0)$ 。中央極限定理により,  $x_n$  の確率分布  $P_n(x)$  は

$$P_n(x) \cong \frac{x_0}{\sqrt{4\pi D n x}} \exp \left[ -\frac{(\ln \frac{x}{x_0} - \kappa_0 n)^2}{4 D n} \right], \quad (6)$$

( $n \rightarrow \infty$ ), で与えられる。ただし,

$$\kappa_0 = \ln a + \lambda_0, \quad \lambda_0 = \langle \ln y \rangle, \quad (7)$$

$$D = G_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} G_n, \quad G_n = \langle A_n A_0 \rangle - \lambda_0^2.$$

$\kappa_0 < 0$  では固定点は安定で,  $\kappa_0 > 0$  では不安定となる。 $a$  を次第にあげていくと,

$$a_c = e^{-\lambda_0} (> 0) \quad (8)$$

で固定点は不安定となる。 $A_n$  の揺ぎを考慮する為に,

$$b_q(n) \equiv \langle x_n^q \rangle^{1/q} \propto \exp(\kappa_q n), \quad (n \rightarrow \infty) \quad (9)$$

を導入する。<sup>5)</sup> ここで,  $\kappa_q = \ln a + \lambda_q$  であり,

$$\lambda_q \equiv \frac{1}{q} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \langle \exp \left( q \sum_{j=0}^{n-1} A_j \right) \rangle. \quad (10)$$

$1/|\kappa_q|$  は時間の次元を持ち, パラメータ  $q$  で特徴づけられる,  $x_n$  の時間尺度を表わす。もし  $\lambda_q$  に分散がないと,  $x_n$  は single time-scale で, 分散があると, multi time-scales ということになる。

$\kappa_q$  を異なる  $b$  の値について描いたものが図 1 である。又,  $\lambda_q$  の分散の強弱が  $a > a_c$  での  $x_n$  の時系列にどのように反映されるかを図 2, 3 に示した。分散の強弱にかかわらず,  $x_n$  は間欠的なふるまいを示すが, 分散が小さいとバーストは時間的に広く, 分散が大きいとバーストは時間的に局在化している傾向にある。これは  $\ln x_n$  の時間変化からわかるように, 分散が大きいと  $x_n$  の揺ぎが激しいことに起因

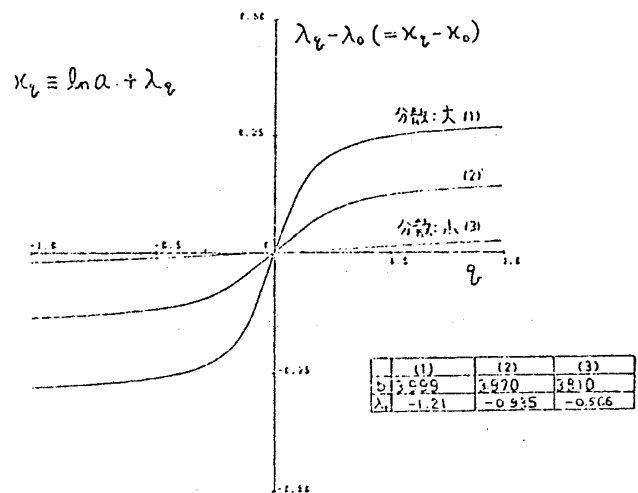


図 1

し、上に述べた multi time-scales の存在から予測されることである。

### § 3. $a \gtrsim a_c$ のパワースペクトル

$a \gtrsim a_c$  の  $x_n \neq 0$  状態の統計的性質は種々の量ではかることができるが、<sup>2), 4), 6)</sup> ここではパワースペクトルの結果を示す。

(6), (7)に現われる  $\kappa_0 (>0)$  は一つの特徴的な振動数の次元である。 $x_n$  の時間的ふるまいを  $\kappa_0$  だけで近似すると、 $x_n$  のパワースペクトルは Lorentzian

$$S(\omega) \cong C_0 \frac{2\kappa_0}{\omega^2 + \kappa_0^2} \quad (11)$$

で与えられる。ここで、 $C_0 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$ 。図4に、分散が小さい場合と大きい場合の  $x_n$  のパワースペクトルの数値結果を示した。分散が小さいと(11)はいい近似になっているが、分散が大きいと(11)からのずれは大きい。

ところが  $\kappa_0 = \ln a / a_c \cong (a - a_c) / a_c$  を小さくしていく ( $a - a_c \rightarrow 0$ ) と、分散が大きいときはいぜんとして highly non-Lorentzian であるが、分散が小さいときでも、Lorentzian (11) からずれていく傾向がある (図5)。これは次のよ

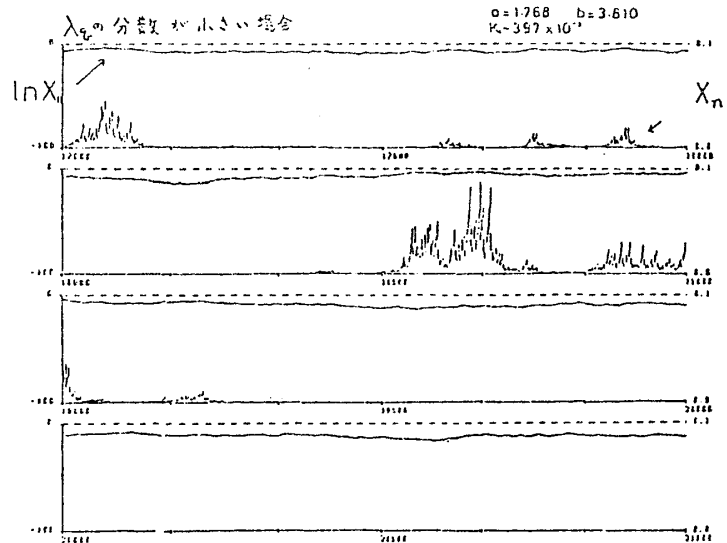


図 2

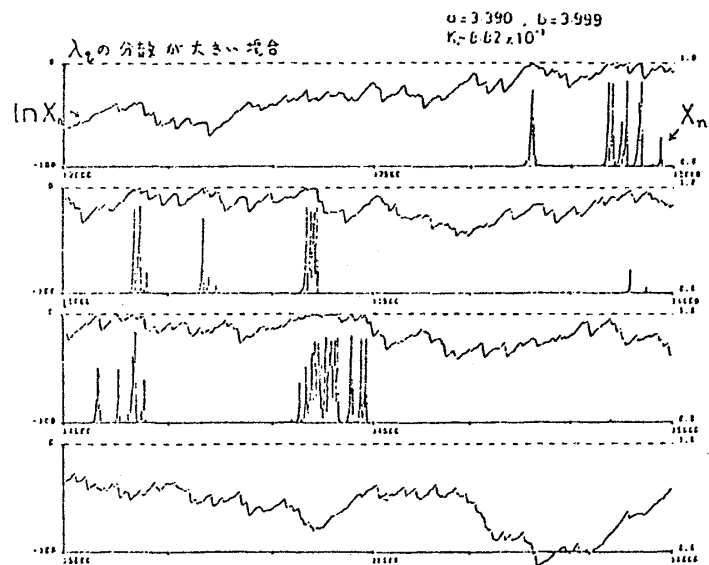


図 3

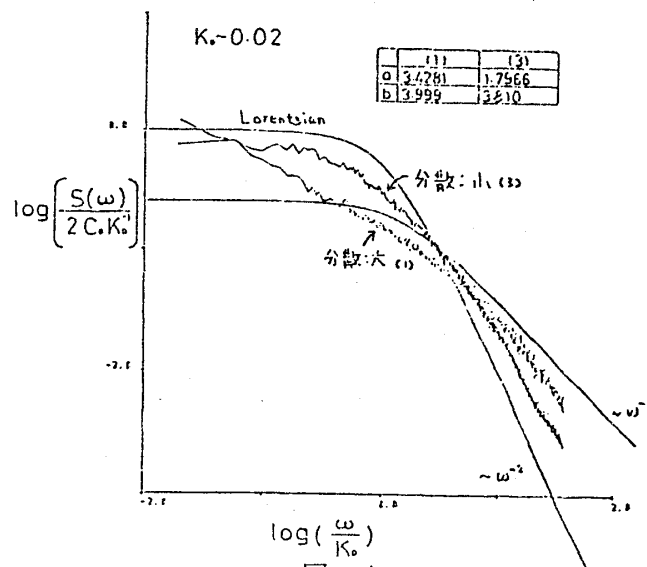


図 4

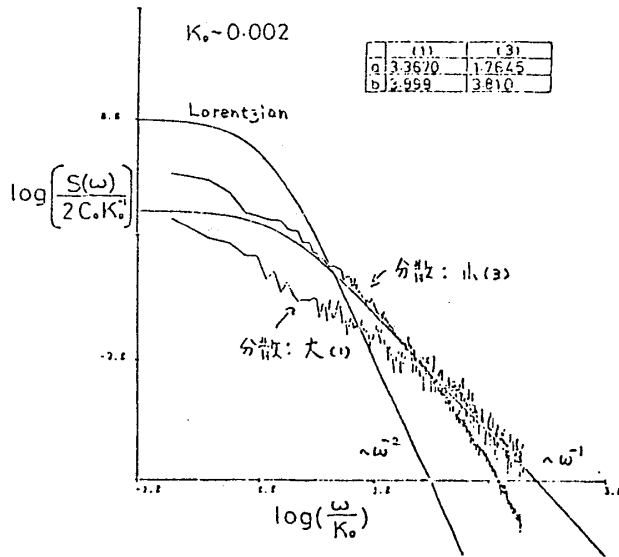


図 5

うに解釈される。分散が小さい場合を考えよう。分散の大きさを  $\Delta$  とおく。  $\kappa_0 \gg \Delta$  のとき分散の存在は effective に無視できるが (図 6 a),  $\kappa_0 \ll \Delta$  のとき分散の効果が顕著になってくる (図 6 b)。前者では time scale は effective に一つ

( $=1/\kappa_0$ ) で Lorentzian (11) でよく近似できることになる。このように  $a$  を  $a \gg a_c$  から  $a_c$  に近づけていくと  $a_*$  で Lorentzian から highly non-Lorentzian への crossover がおこる (図 6 c)。この事情は熱平衡系の臨界現象における hydrodynamic regime から critical regime への移りかわりと対比できる。non-Lorentzian 領域の幅  $a_* - a_c$  は  $\cong a_c \Delta$  と見積ることができる。

詳細は分献 6) を参照していただきたい。

## 文 献

- 1) T. Yamada and H. Fujisaka, P.T.P. **70** (1983), 1240.
- 2) H. Fujisaka and T. Yamada, P.T.P. **74** (1985), 918.
- 3) K. Tomita, P.T.P. Suppl. **79** (1984), 1.  
H. Sakaguchi and K. Tomita, to be published.
- 4) H. Fujisaka and T. Yamada, P.T.P. に投稿中.
- 5) H. Fujisaka, P.T.P. **71** (1984), 513.  
H. Fujisaka and M. Inoue, P.T.P. **74** (1985), 20.

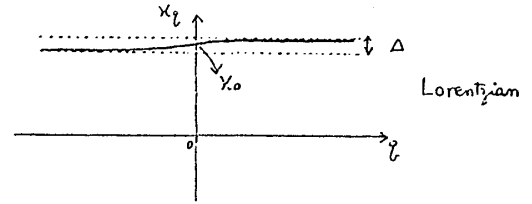


図 6 a

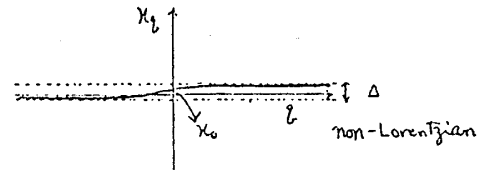


図 6 b

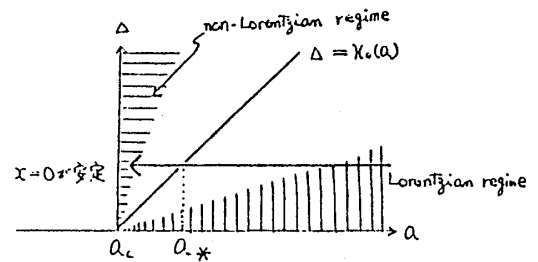


図 6 c

6) H. Fujisaka, H. Ishii, T. Yamada and M. Inoue, 投稿準備中.

## 複素特性指数 $\lambda_z$ の零点分布とカオス転移

鹿児島大・理 井上政義, 藤坂博一

先に力学量  $A_t$  の拡散的性質と間欠的性質を特徴づける特性指数を次の様に導入した。<sup>1) 2)</sup>

$$\lambda_q = \frac{1}{q} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \langle A_t^q \rangle \quad (1)$$

ここで  $\langle \dots \rangle$  はアンサンブル平均である。今回は  $q$  を複素数に拡張し,  $Z(z)$  を次式で定義する。

$$\lambda_z \equiv \frac{1}{z} \ln Z(z) \quad (2)$$

時系列  $\{A_t\}$  のカオス転移と  $Z(z) = 0$  の根の分布との関係を調べる。

### 例 1. 局所リャプノフ指数のゆらぎ

次のマップ

$$f(x) = \begin{cases} x/p, & (0 \leq x \leq p) \\ (x-p)/(1-p), & (p < x < 1) \end{cases} \quad (3)$$

を考え,  $A_t$  は次の様にとる,

$$A_t = \prod_{s=0}^{t-1} |f'(x_s)|; \quad A_0 = 1. \quad (4)$$

この  $A_t$  に対する  $\lambda_q$  は次の様に厳密に求まる。<sup>1)</sup>

$$\lambda_q = \frac{1}{q} \ln \{ e^{(q-1)\lambda_\infty} + e^{(q-1)\lambda_{-\infty}} \}, \quad (5)$$

where

$$\lambda_\infty = \text{Max} \left( \ln \frac{1}{p}, \ln \frac{1}{1-p} \right), \quad (6)$$

$$\lambda_{-\infty} = \text{Min} \left( \ln \frac{1}{p}, \ln \frac{1}{1-p} \right). \quad (7)$$